

== 扇形の面積, 円錐の表面積 ==

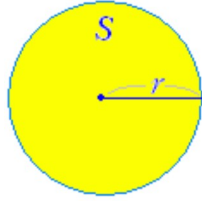
[円の面積]

円周率を π で表わすとき, 半径 r の円の面積 S は

$$S = \pi r^2$$

になる. **右参照**→

r は円の直径ではなく, 半径であることに注意



[例題1]

(1) 半径の長さが3の円の面積を求めなさい.

(答案)

$$S = \pi \times 3^2 = 9\pi \dots (\text{答})$$

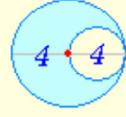


(2) 右図の水色で示した図形の面積を求めなさい.

(答案)

水色で示した大きい円の半径は4, 白で示した小さい円の半径は2だから,

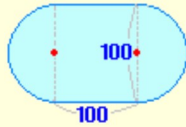
$$S = \pi \times 4^2 - \pi \times 2^2 = 16\pi - 4\pi = 12\pi \dots (\text{答})$$



(3) 右図のような競技場の面積を求めなさい.

(答案)

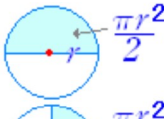
正方形の面積は $10000(m^2)$, 半円2つ(=円)の面積は $\pi \times 50^2 = 2500\pi(m^2)$ だから, $S = 2500\pi + 10000(m^2) \dots (\text{答})$



[半円, 4分円, 6分円の面積]

○ 半円の面積は円の面積の半分に等しい.

$$\text{半径 } r \text{ の円の半円の面積は } \frac{\pi r^2}{2}$$



○ 4分円の面積は円の面積の4分の1に等しい.

半径 r の円の4分円(右図のように中心角が 90° の扇形)の面積は $\frac{\pi r^2}{4}$



○ 半径 r の円の中心角が 60° の扇形の面積は $\frac{\pi r^2}{6}$



[例題2]

1辺の長さが2の正方形において右図のように弧を描くとき, 水色で示した部分の面積を求めなさい.

(答案)

正方形の面積は4

$$4\text{分円の面積は } \frac{\pi \times 2^2}{4} = \pi$$

だから, $4 - \pi \dots (\text{答})$



[扇形の面積] 半径 r , 中心角 x° の扇形の面積は

$$\pi r^2 \times \frac{x}{360}$$



(解説)

ミカンやグレープフルーツを横に切って見ると, 中心角が2倍, 3倍, ...になると扇形の面積も2倍, 3倍, ...となることが分かる.



すなわち, 扇形の面積は中心角に比例する.

そこで, 扇形の面積を S , 円の面積を πr^2 とおく



注意書き

○ π は $3.141592 \dots$ のような無限に続く小数になる.

数学の答案では, 正確な値 π を使って表わすことが多い. 近似値(およその値)が必要になったときは π として小数第2位までの値 3.14 を使えば, ほとんどの場合十分なので長々と覚える必要はない.

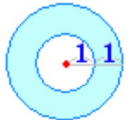
○ たとえば, 左の公式で半径2のとき, 円の面積 S は, 正確な値で $S=4\pi$ と答えるのがよく, $S=12.56$ は近似値に過ぎないので $S=12.56$ と答えるのはよくない.

○ 「半径の長さが2の円の面積と1辺の長さが3の正方形の面積では, どちらが大きいか」というような問題では, $S_1=4\pi$ のままでは $S_2=9$ と比べられないので, $S_1=12.56$ と $S_2=9$ を比べて, 円の方が大きいと答える.

[問題1]

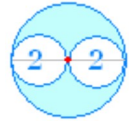
(1) 右図の水色で示した輪の面積を求めなさい.

$$\square \pi$$



(2) 右図の水色で示した部分の面積を求めなさい.

$$\square \pi$$



採点する やり直す 解説

[問題2]

(1) 右図の水色で示した部分の面積を求めなさい.

$$\pi - \square$$



(2) 右図の水色で示した部分の面積を求めなさい.

$$\square - \pi$$



採点する やり直す 解説

[問題3]

(1) 半径6, 中心角 120° の扇形の面積を求めなさい.

$$\square \pi$$



(2) 半径4, 中心角 45° の扇形の面積を求めなさい.

$$\square \pi$$

採点する やり直す 解説

と、

$$S : \pi r^2 = x : 360$$

$$360S = \pi r^2 x$$

$$S = \pi r^2 \times \frac{x}{360}$$



例

上で述べた半円は、中心角 180° だから

$$S = \pi r^2 \times \frac{180}{360} = \frac{\pi r^2}{2}$$

に等しい。

[例題3]

半径 4, 中心角 72° の扇形の面積を求めなさい。

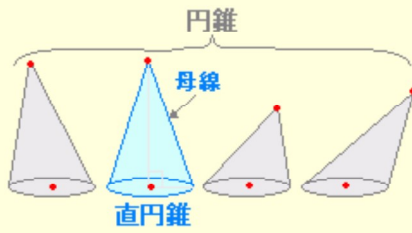
(答案)

$$S = \pi \times 4^2 \times \frac{72}{360} = \frac{16\pi}{5} \dots (\text{答})$$

○ 中学校で「円錐」といえば「直円錐」のことをいう。

直円錐では、頂点から底面にひいた垂線は円の中心で交わる。また、母線の長さはどこで測っても等しい。

以下において「直円錐」のことを単に「円錐」という。



[円錐の表面積]

○ 底面の半径が r , 母線の長さが R の円錐の表面積を求めるには、右図のように展開図で考え、底面積=円と側面積=扇形の面積を各々求めて加えるとよい。

○ 底面は半径 r の円だから、その面積は $\pi r^2 \dots (1)$

○ 側面の扇形の面積を求めるためには、その中心角を求めることが重要になる。

円錐の展開図において、扇形の「弧の長さ」が底面の「円周の長さ」と等しいことから扇形の中心角が求められる。

弧は、半径 R の円の一部分で、その長さは中心角に比例する。中心角が 360° のときは円になって $2\pi R$

中心角が x° のとき、弧の長さは $2\pi R \times \frac{x}{360}$
これが底面の円周の長さ $2\pi r$ に等しいことから、

$$2\pi R \times \frac{x}{360} = 2\pi r$$

$$x = \frac{360r}{R}$$

半径 R , 中心角 $\frac{360r}{R}$ の扇形の面積を求めると

$$\pi R^2 \times \frac{x}{360} = \pi R^2 \times \frac{r}{R} = \pi Rr \dots (2)$$

(1)(2)を加えて、 $\pi r^2 + \pi Rr$

[例題4]

右図の円錐の表面積を求めなさい。

(答案)

$$\text{底面積は } \pi \times 2^2 = 4\pi \dots (1)$$

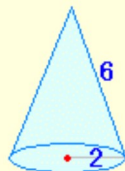
展開図における扇形の中心角を x° とおくと

$$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 2$$

$$x = 120^\circ$$

$$\text{側面積は } \pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} = 12\pi \dots (2)$$

(1)(2)より $16\pi \dots (\text{答})$



[問題4]

(1) 右の円錐において、

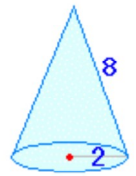
底面積は π

展開図における扇形の中心角は $^\circ$

側面積は π

表面積は π

となる。



(2) 右の円錐において、

底面積は π

展開図における扇形の中心角は $^\circ$

側面積は π

表面積は π

となる。



(3) 底面の半径が 6, 母線の長さが 9 である円錐の表面積は、

π

[採点する](#) [やり直す](#) [解説](#)

