== 扇形の面積，円錐の表面積 ==

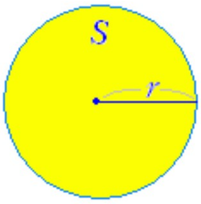
【円の面積】

円周率をπで表わすとき，半径 r の円の面積 S は

$S=\pi r^2$

になる．右参照→

r は円の直径ではなく，半径であることに注意

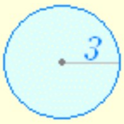


［例題1］

(1) 半径の長さが 3 の円の面積を求めなさい．

（答案）

$S=\pi\times3^2=9\pi$ …（答）

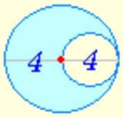


(2) 右図の水色で示した図形の面積を求めなさい．

（答案）

水色で示した大きい円の半径は 4，白で示した小さい円の半径は 2 だから，

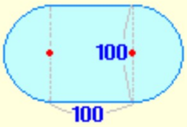
$S=\pi\times4^2-\pi\times2^2=16\pi-4\pi=12\pi$ …（答）



(3) 右図のような競技場の面積を求めなさい．

（答案）

正方形の面積は $10000(m^2)$，半円2つ（=円）の面積は $\pi\times50^2=2500\pi(m^2)$ だから，$S=2500\pi+10000(m^2)$ …（答）



【半円，4分円，6分円の面積】

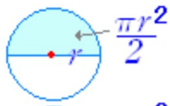
○ 半円の面積は円の面積の半分に等しい．

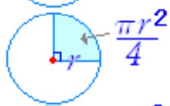
半径 r の円の半円の面積は $\frac{\pi r^2}{2}$

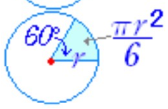
○ 4分円の面積は円の面積の4分の1に等しい．

半径 r の円の4分円（右図のように中心角が $90°$ の扇形）の面積は $\frac{\pi r^2}{4}$

○ 半径 r の円の中心角が $60°$ の扇形の面積は $\frac{\pi r^2}{6}$







［例題2］

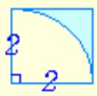
1辺の長さが 2 の正方形において右図のように弧を描くとき，水色で示した部分の面積を求めなさい．

（答案）

正方形の面積は 4

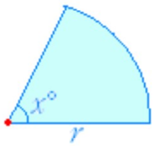
4分円の面積は $\frac{\pi 2^2}{4}=\pi$

だから，$4-\pi$ …（答）



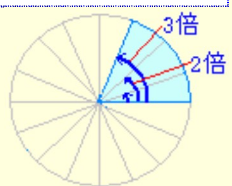
【扇形の面積】 半径 r，中心角 $x°$ の扇形の面積は

$\pi r^2\times\frac{x}{360}$



（解説）

ミカンやグレープフルーツを横に切って見ると，中心角が2倍，3倍，…になると扇形の面積も2倍，3倍，…となることが分かる．



すなわち，扇形の面積は中心角に比例する．

そこで，扇形の面積を S，円の面積を πr^2 とおく

注意書き

○ π は 3.141592 … のような無限に続く小数になる．

数学の答案では，正確な値 π を使って表わすことが多い．近似値（およその値）が必要になったときは π として小数第2位までの値 3.14 を使えば，ほとんどの場合十分なので長々と覚える必要はない．

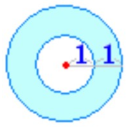
○ たとえば，左の公式で 半径 2 のとき，円の面積 S は，正確な値で $S=4\pi$ と答えるのがよく，$S=12.56$ は近似値に過ぎないので $S=12.56$ と答えるのはよくない．

○ 「半径の長さが 2 の円の面積と1辺の長さが 3 の正方形の面積では，どちらが大きいか」というような問題では，$S_1=4\pi$ のままでは $S_2=9$ と比べられないので，$S_1=12.56$ と $S_2=9$ を比べて，円の方が大きいと答える．

［問題1］

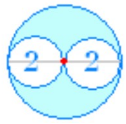
(1) 右図の水色で示した輪の面積を求めなさい．

3 π O



(2) 右図の水色で示した部分の面積を求めなさい．

2 π O



採点する やり直す 解説

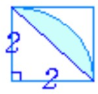
(1) 大きな円の面積は $\pi\times2^2=4\pi$，小さな円の面積は $\pi\times1^2=\pi$ だから，求める輪の面積は $4\pi-\pi=3\pi$

(2) 大きな円の面積は $\pi\times2^2=4\pi$，小さな円の面積は各々 $\pi\times1^2=\pi$ だから，求める輪の面積は $4\pi-2\pi=2\pi$

［問題2］

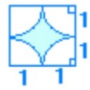
(1) 右図の水色で示した部分の面積を求めなさい．

$\pi-$ 2 O



(2) 右図の水色で示した部分の面積を求めなさい．

4 $-\pi$ O



採点する やり直す 解説

(1) 4分円の面積 $\frac{\pi 2^2}{4}=\pi$ から底辺の長さが 2，高さが 2の直角三角形の面積 $\frac{2\times2}{2}=2$ を引くと $\pi-2$

(2) 正方形の面積 4 から4分円×4の面積 πを引くと $4-\pi$

［問題3］

(1) 半径 6，中心角 $120°$ の扇形の面積を求めなさい．

12 π O

(2) 半径 4，中心角 $45°$ の扇形の面積を求めなさい．

2 π O

採点する やり直す 解説

(1) $S=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=12\pi$

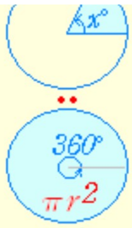
(2) $S=\pi\times4^2\times\frac{45}{360}=2\pi$

と,

$S : \pi r^2 = x : 360$

$360S = \pi r^2 x$

$S = \pi r^2 \times \frac{x}{360}$



例

上で述べた半円は，中心角 $180°$　だから

$$S = \pi r^2 \times \frac{180}{360} = \frac{\pi r^2}{2}$$

に等しい．

［例題3］

半径 4，中心角 $72°$　の扇形の面積を求めなさい．

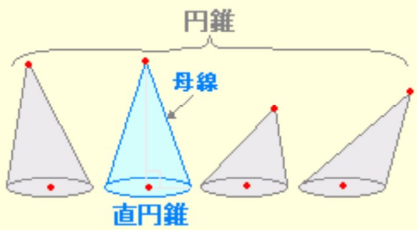
（答案）

$S = \pi \times 4^2 \times \frac{72}{360} = \frac{16\pi}{5}$ …（答）

○　中学校で「円錐」といえば「直円錐」のことをいう．

直円錐では，頂点から底面にひいた垂線は円の中心で交わる．また，母線の長さはどこで測っても等しい．

以下において「直円錐」のことを単に「円錐」という．



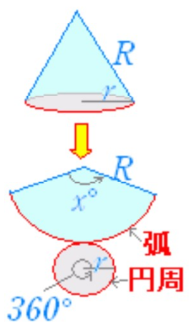
【円錐の表面積】

○　底面の半径が r，母線の長さが R の円錐の表面積を求めるには，右図のように展開図で考え，底面積=円と側面積=扇形の面積を各々求めて加えるとよい．

○　底面は半径 r の円だから，その面積は πr^2 …(1)

○　側面の扇形の面積を求めるためには，その中心角を求めることが重要になる．

円錐の展開図において，扇形の「弧の長さ」が底面の「円周の長さ」と等しいことから扇形の中心角が求められる．



弧は，半径 R の円の一部分で，その長さは中心角に比例する．中心角が $360°$　のときは円になって $2\pi R$

中心角が $x°$　のとき，弧の長さは $2\pi R \times \frac{x}{360}$

これが底面の円周の長さ $2\pi r$ に等しいことから，

$$2\pi R \times \frac{x}{360} = 2\pi r$$

$$x = \frac{360r}{R}$$

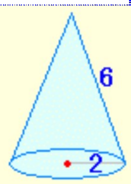
半径 R，中心角 $\frac{360r}{R}$ の扇形の面積を求めると

$$\pi R^2 \times \frac{x}{360} = \pi R^2 \times \frac{r}{R} = \pi R r \quad \cdots(2)$$

(1)(2)を加えて，$\pi r^2 + \pi R r$

［例題4］

右図の円錐の表面積を求めなさい．



（答案）

底面積は $\pi \times 2^2 = 4\pi$ …(1)

展開図における扇形の中心角を $x°$　とおくと

$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 2$

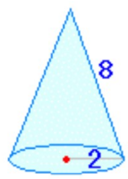
$x = 120°$

側面積は $\pi \times 6^2 \times \frac{120}{360} = 12\pi$ …(2)

(1)(2)より　16π …（答）

［問題4］

(1)　右の円錐において，



底面積は 4 π ○

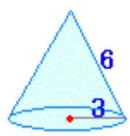
展開図における扇形の中心角は 90 ° ○

側面積は 16 π ○

表面積は 20 π ○

となる．

(2)　右の円錐において，



底面積は 9 π ○

展開図における扇形の中心角は 180 ° ○

側面積は 18 π ○

表面積は 27 π ○

となる．

(3)　底面の半径が 6，母線の長さが 9 である円錐の表面積は，

90 π ○

採点する　やり直す　解説

(1)

底面は半径 2 の円だから，底面積は $\pi \times 2^2 = 4\pi$

展開図において扇形の中心角を $x°$ とおくと，扇形の弧の長さが底面の円周の長さと等しくなるから，$2\pi \times 8 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 2$

$x = 90°$

側面積（扇形の面積）は，$\pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} = 16\pi$

底面積と側面積（扇形の面積）を加えると，表面積は 20π

(2)　底面は半径 3 の円だから，底面積は $\pi \times 3^2 = 9\pi$

展開図において扇形の中心角を $x°$ とおくと，扇形の弧の長さが底面の円周の長さと等しくなるから，$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 3$

$x = 180°$

側面積（扇形の面積）は，$\pi \times 6^2 \times \frac{180}{360} = 18\pi$

底面積と側面積（扇形の面積）を加えると，表面積は 27π

(3)　底面は半径 6 の円だから，底面積は $\pi \times 6^2 = 36\pi$

展開図において扇形の中心角を $x°$ とおくと，扇形の弧の長さが底面の円周の長さと等しくなるから，$2\pi \times 9 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 6$

$x = 240°$

側面積（扇形の面積）は，$\pi \times 9^2 \times \frac{240}{360} = 54\pi$

底面積と側面積（扇形の面積）を加えると，表面積は 90π